

Schulinterner Lehrplan des Otto-Hahn-Gymnasiums zu den Kernlehrplänen für die Sekundarstufe I und II

Mathematik

Stand: Januar 2023

1. Die Fachgruppe Mathematik am Otto-Hahn-Gymnasium

Allgemeine und aktuelle Informationen zur Schule sind im Schulprogramm nachzulesen.

(www.ohg-dinslaken.de/dokumente/schulprogramm.pdf & www.ohg-dinslaken.de/kurzvorstellung/)

Schülerinnen und Schüler der Erprobungsstufe nehmen gemeinschaftlich am Kanguru-Wettbewerb teil. Alle anderen Schülerinnen und Schüler können an dem Wettbewerb auch teilnehmen. Ebenso wird die Mathematik-Olympiade für alle Schülerinnen und Schüler angeboten.

Die Zusammenarbeit mit der Universität Duisburg soll mit verschiedenen Projekttagen bzw. –veranstaltungen weiterhin gepflegt werden. Exkursionen zum Mathematikum sollen sowohl in der SI als auch in der SII angeboten werden.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass wo immer möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden.

In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule drei PC-Unterrichtsräume zur Verfügung. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

Der grafikfähige Taschenrechner wird in der Einführungsphase eingeführt.

2. Entscheidungen zum Unterricht

2.1. Sekundarstufe I

2.1.1. Unterrichtsvorhaben in der Erprobungsstufe

Speziell sind die Regelstandards bzgl. der Kenntnisse, Fähigkeiten u. Fertigkeiten und Reflexionsfähigkeit ausgewiesen. Bei leeren Feldern soll dies darauf hinweisen, dass im Sinne des Spiralcurriculums vorhandene Fähigkeiten weiter ausgebaut werden.

Klasse 5 (Bildungsgang G9)

Planungsgrundlage: 200 Ustd. (5 Stunden pro Woche, 40 Wochen), davon 75% entsprechen 150 Ustd. pro Schuljahr.

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Natürliche Zahlen			
20 UStd.	1.1 Sammeln und Veranschaulichen von natürlichen Zahlen 1.2 Darstellen von natürlichen Zahlen: Das Zehnersystem Buchfremder Einschub: Das Dualsystem 1.3 Ordnen von natürlichen Zahlen 1.4 Runden und Schätzen von natürlichen Zahlen	<ul style="list-style-type: none"> Erhebung von Daten; Zusammenfassung von Daten in Ur- und Strichlisten; Bildung geeigneter Klasseneinteilung (Sto-1; Mod-3) Darstellung von Häufigkeiten in Tabellen und Diarammen auch unter Verwendung digitaler Hilfsmittel (Sto-2, Ope-11) Darstellen und Vergleichen von Zahlen; situationsangemessener Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungen (Ari-8; Ope-3) Lesen und Interpretation graphischer Darstellung statistischer Erhebungen (Sto-4; Mod-2, Mod-6, Mod-7, Kom-1, Kom-2) Sinnvolles Runden von Zahlen im Kontext; Anwenden von Überschlag und Probe als Kontrollstrategien (Ari-10; Ope-7) 	<ul style="list-style-type: none"> „Die Klasse stellt sich vor in Zahlen“. Vereinbarungen zum Führen eines Regelheft. Es wird die Verwendung eines DinA5-Ringbuches mit karierten Einlegern empfohlen. Vereinbarungen zum Führen des Mathematikheftes Das Dualsystem wird neben den Römischen Zahlen als weiteres Zahlensystem behandelt (Empfehlung: Material „Kaptain Schiffy“) <p>Verbraucherbildung Irreführende Darstellungsweisen</p>
Rechnen mit natürlichen Zahlen			
30 UStd.	2.1 Zusammenhang zwischen Addieren und Subtrahieren 2.2 Schriftliches Addieren von natürlichen Zahlen 2.3 Schriftliches Subtrahieren von natürlichen Zahlen 2.4 Zusammenhang zwischen Multiplizieren und Dividieren 2.5 Schriftliches Multiplizieren von natürlichen Zahlen 2.6 Schriftliches Dividieren von natürlichen Zahlen 2.7 Potenzieren von natürlichen Zahlen 2.8 Rechenvorteile und Rechengesetze bei natürlichen Zahlen	<ul style="list-style-type: none"> Durchführen der Grundrechenarten in unterschiedlichen Darstellungen im Kopf als auch schriftlich; nachvollziehbar Rechenschritte darstellen (Ari-14; Ope-1, Ope-4, Kom-5, Kom-8) Begründen und Nutzen von Strategien zum vorteilhaften Rechnen mithilfe von Rechengesetzen (Ari-3; Ope-4, Arg-5) Verbalisieren von Rechentermen unter Verwendung von Fachbegriffen; Übersetzen Rechenanweisungen und Sachsituationen in Rechenterme (Ari-4; Ope-3, Kom-5, Kom-6) Umkehrung von Rechenanweisungen (Ari-5; Ope-3, Kom-5, Kom-6) Nutzen von Variablen bei der Formulierung von Rechengesetzen und bei der Beschreibung von einfachen Sachzusammenhängen (Ari-6; Ope-5) Einsetzen von Zahlen in Terme mit Variablen und Berechnung von deren Werten (Ari-7; Ope-5) 	<ul style="list-style-type: none"> Verwendung erster „Rechenterme“ im sinne des schrittweisen Rechnens
Geometrische Grundbegriffe			
25 UStd.	3.1 Strecken und Geraden 3.2 Orthogonal und parallel 3.3 Abstand 3.4 Achsensymmetrie 3.5 Punktsymmetrie 3.6 Koordinatensystem 3.7 Verschiebungen 3.8 Vierecke in der Ebene	<ul style="list-style-type: none"> Erläutern von Grundbegriffen und deren Verwendung zur Beschreibung von ebenen Figuren sowie deren Lagebeziehung zueinander (Geo-1; Ope-3) Zeichnen ebener Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Lineal, Geodreieck (Geo-4; Ope-9) Erzeugung ebener symmetrischer Figuren und Muster; Ermittlung von Symmetrieachsen bzw. Symmetriepunkten (Geo-5; Ope-8) Darstellung ebener Figuren im kartesischen Koordinatensystem (Geo-6; Ope-9, Ope-11) Erzeugung von Abbildungen ebener Figuren durch Verschieben und Spiegeln, auch im Koordinatensystem (Geo-7; Ope-9, Ope-11) Charakterisierung und Klassifizierung besonderer Vierecke (Geo-2, Arg-4, Kom-6) 	Erzeugung Achsensymmetrischer Bilder kann mittels Fotomanipulation oder analog mit Farben erfolgen.

<i>Zeitlicher Rahmen</i>	<i>Kapitelüberschriften Schulbuch</i>	<i>inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen</i>	<i>schulinterne Absprachen</i>
Rechnen mit Größen			
25 UStd.	4.1 Längen 4.2 Masse 4.3 Zeit 4.4 Geldbeträge 4.5 Rechnen mit Größen 4.6 Größen im Alltag: Wirtschaft 4.7 Zusammenhänge zwischen Größen: Dreisatz & Co. 4.8 Maßstab	<ul style="list-style-type: none"> • Schätzen von Größen; situationsgerechte Auswahl von Größeneinheiten sowie deren Umwandlungen (Ari-9; Ope-7) • Beschreibung des Zusammenhangs zwischen zwei Größen mithilfe von Worten, Diagrammen und Tabellen (Fkt-1; Ope-3, Ope-6, Mod-1, Mod-4) • Hinführung zum Dreisatzverfahrens zur Lösung von Sachproblemen (Fkt-2; Ope-5, Ope-6, Mod-6) • Rechnen mit Maßstäben; Anfertigung von Zeichnungen in geeigneten Maßstäben (Fkt-4; Ope-4, Ope8) • Schätzen der Länge von Strecken und deren Bestimmung mithilfe von Maßstäben (Geo-10; Ope-9) 	<ul style="list-style-type: none"> • Historische Maßeinheiten (Elle etc.) und deren Nachteile sollten thematisiert werden. • Maßstab wird nach Absprache mit Erdkunde in einfacher Form behandelt • Strategien zum Lösen von Sachaufgaben sollten thematisiert werden.
Umfang und Flächeninhalt von Figuren			
25 UStd.	5.1 Umfang ebener Figuren 5.2 Flächen vergleichen und messen 5.3 Flächeneinheiten 5.4 Umfang und Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat 5.5 Umfang und Flächeninhalt von rechtwinkligen Dreiecken 5.6 Flächeninhalt weiterer Figuren	<ul style="list-style-type: none"> • Nutzung des Grundprinzips des Messens bei der Flächenbestimmung (Geo 11; Ope-4, Ope-8) • Bestimmung vom Flächeninhalt ebener Figuren durch Zerlegungs- und Ergänzungsstrategien (Geo-13; Arg-5) • Berechnung des Umfangs von Vierecken, sowie den Flächeninhalt von Rechtecken und rechtwinkligen Dreiecken (Geo-12; Ope-4, Ope-8) • Schätzen von Größen; situationsgerechte Auswahl von Größeneinheiten sowie deren Umwandlungen (Ari-9; Ope-7) 	
Teile und Anteile			
25 UStd.	6.1 Teiler und Vielfache 6.2 Teilbarkeitsregeln 6.3 Besondere Teiler und Vielfache: Primzahlen 6.4 Anteile erkennen 6.5 Anteile herstellen 6.6 Anteile auf verschiedene Arten angeben	<ul style="list-style-type: none"> • Bestimmung der Teiler natürlicher Zahlen; Anwenden der Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 4, 5 und 10 und kombinieren dieser Regeln zu weiteren Teilbarkeitsregeln (Ari-2; Ope-2, Arg-5, Arg-6, Arg-7) • Erläutern von Eigenschaften von Primzahlen; Zerlegung natürlicher Zahlen in Primfaktoren unter Verwendung der Potenzschreibweise (Ari1; Ope-4, Arg-4) • Deutung von Brüchen als Anteile (Ari-11; Ope-6) • Kürzen und Erweitern von Brüchen sowie deren Deutung als Vergrößern bzw. Verfeinern der Einteilung (Ari-12; Ope4, Mod-4) 	Bei der Einführung der Bruchrechnung sollte auf eine geeignete Visualisierung (Torten- und Rechteckmodelle) geachtet werden und diese auch bei der Einführung der Rechenregeln wieder aufgegriffen werden.

Klasse 6 (Bildungsgang G9)

Planungsgrundlage: 160 Ustd. (4 Stunden pro Woche, 40 Wochen), davon 75% entsprechen 120 UStd. pro Schuljahr.

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Rechnen mit Brüchen			
20 UStd.	1.1 Brüche erkennen und herstellen 1.2 Verschiedene Sichtweisen auf Brüche 1.3 Echte und unechte Brüche erkennen 1.4 Brüche erweitern und kürzen 1.5 Gleichnamige Brüche addieren und subtrahieren 1.6 Ungleichnamige Brüche addieren und subtrahieren 1.7 Brüche multiplizieren 1.8 Brüche dividieren 1.9 Rechenregeln	<ul style="list-style-type: none"> • Deutung von Brüchen als Anteile, Operatoren, Quotienten, Zahlen und Verhältnisse (Ari-11; Ope-6) • Kürzen und Erweitern von Brüchen sowie deren Deutung als Vergrößern bzw. Verfeinern der Einteilung (Ari-12; Ope4, Mod-4) • Durchführen der Grundrechenarten in unterschiedlichen Darstellungen im Kopf als auch schriftlich; nachvollziehbar Rechenschritte darstellen (Ari-14; Ope-1, Ope-4, Kom-5, Kom-8) • Berechnung und Deutung von Bruchteil, Anteil und Ganzem im Kontext (Ari-13; Ope-4, Mod-4) • Begründen und Nutzen von Strategien zum vorteilhaften Rechnen mithilfe von Rechengesetzen (Ari-3; Ope-4, Arg-5) • Verbalisieren von Rechentermen unter Verwendung von Fachbegriffen; Übersetzen Rechenanweisungen und Sachsituationen in Rechenterme (Ari-4; Ope-3, Kom-5, Kom-6) • Umkehrung von Rechenanweisungen (Ari-5; Ope-3, Kom-5, Kom-6) 	Bei der Einführung der Rechenregeln werden geeignete Visualisierung (Torten- und Rechteckmodelle) verpflichtend wieder aufgegriffen.
Dezimalzahlen			
20 UStd.	2.1 Dezimalzahlen 2.2 Ordnen von Dezimalzahlen 2.3 Runden von Dezimalzahlen 2.4 Umwandeln von Dezimalzahlen 2.5 Dezimalzahlen addieren und subtrahieren 2.6 Zusammenhänge zwischen Dezimalzahlen und Stellenwerten 2.7 Dezimalzahlen multiplizieren 2.8 Dezimalzahlen dividieren 2.9 Besondere Dezimalzahlen 2.10 Rechenregeln 2.11 Brüche, Dezimalzahlen und Prozente	<ul style="list-style-type: none"> • Durchführen der Grundrechenarten in unterschiedlichen Darstellungen im Kopf als auch schriftlich; nachvollziehbar Rechenschritte darstellen (Ari-14; Ope-1, Ope-4, Kom-5, Kom-8) • Begründen und Nutzen von Strategien zum vorteilhaften Rechnen mithilfe von Rechengesetzen (Ari-3; Ope-4, Arg-5) • Verbalisieren von Rechentermen unter Verwendung von Fachbegriffen; Übersetzen Rechenanweisungen und Sachsituationen in Rechenterme (Ari-4; Ope-3, Kom-5, Kom-6) • Umkehrung von Rechenanweisungen (Ari-5; Ope-3, Kom-5, Kom-6) • Darstellen und Vergleichen von Zahlen; situationsangemessener Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungen (Ari-8; Ope-3) 	
Kreise und Winkel			
20 UStd.	3.1 Kreise 3.2 Winkel bestimmen 3.3 Winkel messen und zeichnen 3.4 Winkel an Geraden 3.5 Mit Winkeln drehen 3.6 Kreis und Gerade 3.7 Mittelsenkrechte	<ul style="list-style-type: none"> • Erläutern von Grundbegriffen und deren Verwendung zur Beschreibung von ebenen Figuren sowie deren Lagebeziehung zueinander (Geo-1; Ope-3) • Zeichnen ebener Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamische Geometriesoftware (Geo-4; Ope-9) • Schätzen und Messen der Größe von Winkeln; Klassifizieren von Winkeln mit Fachbegriffen (Geo-9; Ope-9, Kom-3, Kom-6) • Erzeugung ebener symmetrischer Figuren und Muster; Ermittlung von Symmetrieachsen bzw. Symmetriepunkten (Geo-5; Ope-8) 	Medienkompetenzen An dieser Stelle sollte das erste Mal GeoGebra verwendet und eingeführt werden. Eine ausschließliche Verwendung im ganzen Kapitel ist nicht zulässig (Konstruktionen mit Geodreieck und Zirkel sind ebenso verbindlich). <i>Details siehe Medienkonzept des OHG.</i> Die Fachschaft empfiehlt die vorliegenden Einführungsmaterialien zu verwenden.

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Umgang mit Daten			
20 UStd.	4.1 Daten auswerten 4.2 Daten darstellen 4.3 Kennwerte von Daten: Modus und Zentralwert 4.4 Kennwerte von Daten: Arithmetisches Mittel 4.5 Daten darstellen: Boxplot 4.6 Mit Daten Diagramme beeinflussen	<ul style="list-style-type: none"> • Erhebung von Daten; Zusammenfassung von Daten in Ur- und Strichlisten; Bildung geeigneter Klasseneinteilung (Sto-1; Mod-3) • Darstellung von Häufigkeiten in Tabellen und Diarammen auch unter Verwendung digitaler Hilfsmittel (Tabellenkalkulation) (Sto-2, Ope-11) • Bestimmung, Vergleich und Deutung von Häufigkeiten und Kenngrößen statistischer Daten (Sto-3; Mod-7, Kom-1) • Lesen und Interpretation graphischer Darstellung statistischer Erhebungen (Sto-4; Mod-2, Mod-6, Mod-7, Kom-1, Kom-2) • Diskussion der Vor- und Nachteile graphischer Darstellungen (Sto-5; Mod-8) 	Medienkompetenzen Erste Verwendung einer Tabellenkalkulation (MS Excel 2016) (Rechnen, Diagramme, Min(), Max(), Median(), Mittelwert()) <i>Details siehe Medienkonzept des OHG.</i> Verbraucherbildung Irreführende Darstellungsweisen
Körper			
20 UStd.	5.1 Körper erkennen 5.2 Körper darstellen: Netze 5.3 Oberflächeninhalt von Quader und Würfel 5.4 Körper darstellen: Schrägbild 5.5 Volumen bestimmen 5.6 Volumeneinheiten 5.7 Volumen von Quader und Würfel	<ul style="list-style-type: none"> • Erläutern von Grundbegriffen und deren Verwendung zur Beschreibung von Körpern (Geo-1; Ope-3) • Identifizierung und Charakterisierung von Körpern in bildlicher Darstellung und in der Umwelt (Geo-2; Ope-2, Ope-3, Mod-3, Mod-4, Kom-3) • Nutzung des Grundprinzips des Messens bei der Volumenbestimmung (Geo 11; Ope-4, Ope-8) • Beschreibung des Ergebnisses von Drehung und Verschiebung eines Quaders aus der Vorstellung heraus (Geo-14; Ope-2) • Darstellung von Quader und Würfel als Netz, Schrägbild und Modell; Erkennen von Körpern aus der entsprechenden Darstellung heraus (Geo-15; Ope-2, Mod-1, Kom-3) • Schätzen von Größen; situationsgerechte Auswahl von Größeneinheiten sowie deren Umwandlungen (Ari-9; Ope-7) 	Berufsorientierung Schulung des dreidimensionalen Vorstellungsvermögens / Vorstellungsvermögen der Größe von Längen, Flächen und Rauminhalten
Rechnen mit ganzen Zahlen			
20 UStd.	6.1 Ganze Zahlen und ihre Anordnung 6.2 Zunahmen und Abnahmen 6.3 Ganze Zahlen addieren und subtrahieren 6.4 Ganze Zahlen multiplizieren 6.5 Ganze Zahlen dividieren 6.6 Rechenregeln 6.7 Einfache Terme mit ganzen Zahlen	<ul style="list-style-type: none"> • Durchführen der Grundrechenarten in unterschiedlichen Darstellungen im Kopf als auch schriftlich; nachvollziehbar Rechenschritte darstellen (Ari-14; Ope-1, Ope-4, Kom-5, Kom-8) • Nutzen ganzer Zahlen zur Beschreibung von Zuständen und Veränderungen in Sachzusammenhängen und als Koordinaten (Ari-15; Ope-4) • Begründen und Nutzen von Strategien zum vorteilhaften Rechnen mithilfe von Rechengesetzen (Ari-3; Ope-4, Arg-5) • Verbalisieren von Rechentermen unter Verwendung von Fachbegriffen; Übersetzen Rechenanweisungen und Sachsituationen in Rechenterme (Ari-4; Ope-3, Kom-5, Kom-6) • Umkehrung von Rechenanweisungen (Ari-5; Ope-3, Kom-5, Kom-6) • Darstellen und Vergleichen von Zahlen; situationsangemessener Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungen (Ari-8; Ope-3) • Einsetzen von Zahlen in Terme mit Variablen und Berechnung von deren Werten (Ari-7; Ope-5) • Beschreibung des Zusammenhangs zwischen zwei Größen mithilfe von Worten, Diagrammen und Tabellen (Fkt-1; Ope-3, Ope-6, Mod-1, Mod-4) 	Am Ende dieses Kapitels sollten (auch komplexere) Rechenterme behandelt werden (schrittweises Rechnen als Vorbereitung auf Termumformungen).

2.1.2. Unterrichtsvorhaben in der Mittelstufe

Klasse 7 (**Bildungsgang G9**)

Planungsgrundlage: 120 UStd. (3 Stunden pro Woche, 40 Wochen), davon 75% entsprechen 90 UStd. pro Schuljahr.

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Rechnen mit rationalen Zahlen			
12 UStd.	1.1 Rechnen mit rationalen Zahlen 1.2 Klammerterme vereinfachen und rechnen	<p>Konkretisierte Kompetenzerwartungen (Ari-1) stellen rationale Zahlen auf der Zahlengeraden dar und ordnen sie der Größe nach, (Ari-2) geben Gründe und Beispiele für Zahlbereichserweiterungen an, (Ari-3) leiten Vorzeichenregeln zur Addition und Multiplikation anhand von Beispielen ab und nutzen Rechengesetze und Regeln,</p> <p>Prozessbezogene Kompetenzerwartungen (Ope-1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, (Ope-4) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, (Ope-8) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren, Algorithmen und Regeln, (Pro-3) setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf, (Arg-5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente.</p>	<p>Zur Umsetzung</p> <ul style="list-style-type: none"> Möglicher Einstieg: Kontospiel¹ Permanenzprinzip zur Begründung der Multiplikationsregeln; Regel zur Division ergibt sich analog <p>Zur Vernetzung</p> <ul style="list-style-type: none"> Darstellung ganzer Zahlen bereits in ←6.2 Rechenregeln mit (positiven) Bruchzahlen ←5.4, ←6.5, ←6.7
Zuordnungen			
15 UStd.	2.1 Proportionalität 2.2 Antiproportionalität 2.3 Dreisatz 2.1 Proportionalität 2.2 Antiproportionalität 2.3 Dreisatz	<p>Konkretisierte Kompetenzerwartungen (Fkt-1) charakterisieren Zuordnungen und grenzen diese anhand ihrer Eigenschaften voneinander ab, (Fkt-2) beschreiben zu gegebenen Zuordnungen passende Sachsituationen, (Fkt-4) stellen Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar und nutzen die Darstellungen situationsangemessen, (Fkt-7) lösen innermathematische und alltagsnahe Probleme mithilfe von Zuordnungen und Funktionen auch mit dem Taschenrechner</p> <p>Prozessbezogene Kompetenzerwartungen (Ope-6) führen Darstellungswechsel sicher aus, (Ope-11) nutzen digitale Mathematikwerkzeuge ([...] Taschenrechner [...]), (Mod-1) erfassen reale Situationen und beschreiben diese mit Worten und Skizzen, (Mod-4) übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen, (Mod-5) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu, (Kom-8) dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar und präsentieren diese.</p>	<p>Zur Umsetzung</p> <ul style="list-style-type: none"> Fkt-4: Hier noch kein Funktionsbegriff Erkunden verschiedener Zuordnungen (proportionale, antiproportionale, sonstige) und Ermöglichung experimenteller Erfahrungen mit Präsentationen z.B. im Rahmen eines Stationenlernens Vermeidung einer frühzeitigen Fixierung auf proportionale und antiproportionale Zuordnungen Integrierende Wiederholung des Rechnens mit Größen Einführung des Taschenrechners zur Bearbeitung alltagsnaher Aufgaben Angabe von Rechenvorschriften ermöglicht Erfahrungen im Umgang mit Vorformen der mathematischen Formelsprache

¹ http://www.ko-si-ma.de/upload/downloads/hru7/MW7_Handreicherung_Negative_Zahlen.pdf (Datum des letzten Zugriffs: 11.01.2020)

Rechnen mit Prozenten

18 UStd.

3.1 Grundbegriffe der Prozentrechnung
3.2 Zunahme und Abnahme
3.3 Zinsrechnung und Tabellenkalkulation

Konkretisierte Kompetenzerwartungen

(Fkt-8) wenden Prozent- und Zinsrechnung auf allgemeine Konsumsituationen an und erstellen dazu anwendungsbezogene Tabellenkalkulationen mit relativen und absoluten Zellbezügen,

(Ari-4) deuten Variablen als Veränderliche zur Beschreibung von Zuordnungen, als Platzhalter in Termen und Rechengesetzen

Prozessbezogene Kompetenzerwartungen

(Ope-11) nutzen digitale Mathematikwerkzeuge ([...] Taschenrechner und Tabellenkalkulation),

(Ope-13) nutzen analoge und digitale Medien zur Unterstützung und zur Gestaltung mathematischer Prozesse,

(Mod-2) stellen eigene Fragen zu realen Situationen, die mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten beantwortet werden können,

(Mod-6) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells,

(Kom-2) recherchieren und bewerten fachbezogene Informationen,

(Kom-11) führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei.

Zur Umsetzung

- Basis für die Ermittlung von Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert sind sowohl der Dreisatz \leftarrow 5.3, 7.1 als auch die Anteilsvorstellung \leftarrow 5.9, 6.4
- erneut Anschauung möglich: Bruchstreifen erweitern auf Prozentstreifen \leftarrow 6.4

Verbraucherbildung

Kombination von Rabatten
Betonung ökonomischer Kontexte (Rabatt, Mehrwertsteuer, Aktienkurse)

Medienkompetenzen

Erstellen von Rechnungsformularen, Planen von Veranstaltungen und Klassenfahrten

Zur Vernetzung

Zahlvorstellung in \leftarrow 5.9 und 6.4
prozentuale Veränderungen und Zinseszins \rightarrow 8.6

Zur Erweiterung und Vertiefung

Betonung des Wachstumsfaktors im Unterschied zur schrittweisen prozentualen Veränderung mit Blick auf exponentielles Wachstum \rightarrow 10.5.

Die Fachschaft empfiehlt die vorliegenden Einführungsmaterialien zu verwenden.

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Winkel untersuchen			
18 UStd.	<p>Geometrie</p> <p>4.1 Entdeckungen an Geradenkreuzungen: Neben-, Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkelsatz</p> <p>4.2 Winkel in eckigen Figuren: Innen-, Außen- und Basiswinkelsatz, Kongruenzsätze, Satz des Thales</p> <p>Konstruktion: Dreieck, Mittelsenkrechte, Seitenhalbierende, Winkelhalbierende, Inkreis, Umkreis, Thaleskreis und Schwerpunkt</p>	<p>Konkretisierte Kompetenzerwartungen</p> <p>(Geo-1) nutzen geometrische Sätze zur Winkelbestimmung in ebenen Figuren, (Geo-2) begründen die Beweisführung zur Summe der Innenwinkel in einem Dreieck und zum Satz des Thales,</p> <p>Prozessbezogene Kompetenzerwartungen</p> <p>(Pro-6) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, (Pro-8) vergleichen verschiedene Lösungswege im Hinblick auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede und beurteilen deren Effizienz,</p> <p>(Arg-1) stellen Fragen, die für Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, (Arg-6) verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten, (Arg-7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), (Arg-8) erläutern vorgegebene Argumentationen und Beweise hinsichtlich ihrer logischen Struktur (Arg-9) beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind, (Arg-10) ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten.</p>	<p>Zur Umsetzung</p> <p>Geradenkreuzungen aus dem Alltag (Straßenkarten, geometrische Figuren und Muster)</p> <p>Erster Zugriff auf das Beweisen durch Entdecken, Formulieren, Begründen und Nutzen von allgemeingültigen Zusammenhängen</p> <p>Anbahnung von Argumentationsketten durch Wenn-Dann-Aussagen</p> <p>Winkelmessungen und -berechnungen an Faltungen</p> <p>Herausstellen des Merkmals „Beweis“ am Beispiel des Innenwinkelsatzes</p> <p>Umkehrbarkeit der Sätze thematisieren, exemplarisch einen Beweis durch Widerspruch</p> <p>Beachten einer präzisen Darstellung von Lösungswegen bei Beweisaufgaben</p> <p>Zur Vernetzung</p> <p>Winkel \leftarrow 6.6</p> <p>Navigation: Kreuzpeilung von Schiffen/Flugzeugen \rightarrow 7.4</p> <p>Zur Erweiterung und Vertiefung</p> <ul style="list-style-type: none"> Geometrische Denkaufgaben (vgl. „Schule des Denkens“ nach Polya) zur Planung von Lösungswegen; komplexere Bestimmungsaufgaben zur Beurteilung von Lösungswegen <input checked="" type="checkbox"/> Innenwinkelsumme im Vieleck Formulierung der Abhängigkeit von Winkeln in Figuren mit Termen; algebraische Argumente spielen nach Möglichkeit keine Rolle
Terme und Gleichungen			
24 UStd.	<p>6.1 Terme aufstellen</p> <p>6.2 Terme umformen und vereinfachen</p> <p>6.3 Gleichungen durch Probieren und Rückwärtsrechnen lösen</p> <p>6.4 Äquivalenzumformungen</p>	<p>Konkretisierte Kompetenzerwartungen</p> <p>(Ari-5) stellen Terme als Rechenvorschrift von Zuordnungen und zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina auf,</p> <p>Prozessbezogene Kompetenzerwartungen</p> <p>(Ope-3) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt,</p> <p>(Pro-5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Beispiele finden, Spezialfälle finden, Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Schlussfolgern, Verallgemeinern),</p> <p>(Kom-5) verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege.</p> <p>(Ari-4) deuten Variablen als Veränderliche zur Beschreibung von Zuordnungen, als Platzhalter in Termen und Rechengesetzen sowie als Unbekannte in Gleichungen</p> <p>(Ari-5) stellen Terme als Rechenvorschrift von Zuordnungen auf,</p>	<p>Zur Umsetzung</p> <ul style="list-style-type: none"> Flächeninhaltsformeln und Umfangsformeln in unterschiedlichen zur Herleitung passenden Varianten ermöglichen eine erste, anschaulich begründete Begegnung mit Termen und Termumformungen Beschreibungsgleichheit von Termen z.B. Begründung von Flächenformeln durch Zerlegung/Ergänzung Terme mit zunächst einer Variablen für anschauliche Situationen (Streichhölzer, Paketband, Muster...) aufstellen und Werte berechnen Terme vergleichen und Beschreibungsgleichheit thematisieren Übersetzungen zw. Wortform und algebraischer Notation

		<p>(Ari-6) stellen Gleichungen und Ungleichungen zur Formulierung von Bedingungen in Sachsituationen auf, (Ari-7) formen Terme zielgerichtet um und korrigieren fehlerhafte Termumformungen, (Ari-9) ermitteln Lösungsmengen linearer Gleichungen deuten sie im Sachkontext</p> <p>Prozessbezogene Kompetenzerwartungen (Ope-3) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, (Ope-5) arbeiten unter Berücksichtigung mathematischer Regeln und Gesetze mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen, (Mod-6) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, (Pro-3) setzen Muster und Zahlenfolgen fort, beschreiben Beziehungen zwischen Größen und stellen begründete Vermutungen über Zusammenhänge auf, (Pro-5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien ([...] systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, [...] Schlussfolgern, Verallgemeinern), (Pro-9) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern, (Kom-5) verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Mit Tabellenkalkulation Einsetzungsgleichheit prüfen und Variablenaspekt verdeutlichen • Gleichwertigkeit von Termen durch Umformungen (insbesondere: Ausmultiplizieren und Ausklammern) ←5.4 • Gleichungen aufstellen und lösen durch systematisches Probieren, Tabelle, Graph und Äquivalenzumformung (Waagemodell) • Problemlösen mit Gleichungen (Zahlenrätsel, Altersrätsel, alltagsnahe Sachsituationen) <p>Zur Vernetzung</p> <ul style="list-style-type: none"> • Muster und Zahlenfolgen erkunden und mit Termen beschreiben ←6.9 • Algebraische und grafische Lösungsverfahren im Zusammenhang mit linearen Funktionen →8.3, 8.4
Zufall erforschen			
20 UStd.	<p>7.1 Zufallsexperimente 7.2 Wahrscheinlichkeit berechnen</p>	<p>Konkretisierte Kompetenzerwartungen (Sto-1) schätzen Wahrscheinlichkeiten auf der Basis von Hypothesen sowie auf der Basis relativer Häufigkeiten langer Versuchsreihen ab, (Sto-4) grenzen Laplace-Versuche anhand von Beispielen gegenüber anderen Zufallsversuchen ab, (Sto-5) simulieren Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen mit einem stochastischen Modell,</p> <p>Prozessbezogene Kompetenzerwartungen (Mod-4) übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle bzw. wählen geeignete Modelle aus und nutzen geeignete Darstellungen, (Mod-5) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu, (Mod-8) überprüfen Lösungen auf ihre Plausibilität in realen Situationen, (Arg-1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf.</p>	<p>Zur Umsetzung</p> <ul style="list-style-type: none"> • Spielerischer und experimenteller Zugang über einen prognostischen Wahrscheinlichkeitsbegriff, (Legosteine, Riemer-Würfel, Reißzwecken...) • relative Häufigkeit als Schätzwert für Wahrscheinlichkeit • z.B. Spiel „Differenz trifft“² • Simulation alltagsnaher Situationen zum Hinterfragen von Wahrscheinlichkeiten bestimmter Ereignisse (ohne Kalkül) • Grundbegriffe und Notation an Beispielen einführen <p>Zur Vernetzung</p> <ul style="list-style-type: none"> • relative Häufigkeit ←6.8 • zweistufigen Zufallsexperimente →8.1 <p>Zur Erweiterung und Vertiefung</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vorbereitung des Erwartungswerts über faire und nicht faire Spiele • Planung und Umsetzung eigener „Glücksspiele“ z.B. für ein Schulfest (selbstdifferenzierende Aufgaben)

² Spielplan zum Herunterladen unter <http://www.kmk-format.de/Mathematik2.html> (Datum des letzten Zugriffs: 11.01.2020)

Klasse 8 (Bildungsgang G9)

Planungsgrundlage: 120 Ustd. (3 Stunden pro Woche, 40 Wochen), davon 75% entsprechen 90 UStd. pro Schuljahr.

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Mehrstufige Zufallsexperimente - Baumdiagramme			
15 Std.	Mehrstufige Zufallsexperimente - Baumdiagramme 4.1 Baumdiagramme 4.2 Wahrscheinlichkeiten bei Baumdiagrammen 4.3 Sinnvoller Umgang mit Baumdiagrammen	Stochastik Die Schülerinnen und Schüler... - stellen Zufallsexperimente mit Baumdiagrammen dar und entnehmen Wahrscheinlichkeiten aus Baumdiagrammen (2), - bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe stochastischer Regeln (3). (Ope-6) (Ope-8) (Mod-5) (Mod-7) (Pro-5) (Arg-5) (Kom-8)	Wiederholung der Inhalte aus Klasse 7 und Überprüfung mit der ersten Klassenarbeit. Mögliches Übertragsthema aus Klasse 7. Ggf. Übergabenotiz bei Fachlehrer*innenwechsel.
Funktionen			
18 Std.	Funktionen 5.1 Funktionen 5.2 Proportionale Funktionen 5.3 Steigung 5.4 Lineare Funktionen 5.5 Geraden durch zwei Punkte 5.6 Nullstellen 5.7 Mit linearen Funktionen modellieren	Funktionen Die Schülerinnen und Schüler... - charakterisieren Funktionen als Klasse eindeutiger Zuordnungen (3), - stellen Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar und nutzen die Darstellungen situationsangemessen (4), - beschreiben den Einfluss der Parameter auf den Graphen einer linearen Funktion mithilfe von Fachbegriffen (5), - interpretieren die Parameter eines linearen Funktionsterms unter Beachtung der Einheiten in Sachsituationen (6), - lösen innermathematische und alltagsnahe Probleme mithilfe von [...] Funktionen auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Taschenrechner, Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und Multirepräsentationssysteme) (7). (Ope-11) (Mod-6) (Mod-8) (Pro-6) (Arg-1) (Arg-3) (Arg-4) (Arg-5) (Arg-7) (Kom-3) (Kom-4) (Kom-6) (Kom-7)	Medienkompetenz Einsatz der DGS GeoGebra zur Veranschaulichung von linearen Funktionen und Schnittpunkten
Flächeninhalte			
10 UStd.	Flächeninhalte 3.1 Flächeninhalt eines Dreiecks 3.2 Flächeninhalt eines Parallelogramms 3.3 Flächeninhalt eines Trapezes Streifzug: Flächeninhalt beliebiger Figuren	Geometrie Die Schülerinnen und Schüler... - erkunden geometrische Zusammenhänge ([...] Abhängigkeit des Flächeninhalts von den Seitenlängen) mithilfe dynamischer Geometriesoftware (6), - lösen geometrische Probleme mithilfe von geometrischen Sätzen (7), - berechnen Flächeninhalte und entwickeln Terme zur Berechnung von Flächeninhalten ebener Figuren (8). Arithmetik/Algebra Die Schülerinnen und Schüler... stellen Terme [...] zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina auf (5), (Ope-5) (Ope-11) (Ope-12) (Ope-13) (Mod-4) (Mod-6) (Pro-4) (Pro-5) (Pro-6) (Pro-8) (Pro-10) (Kom-1) (Kom-8)	

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Terme			
21 UStd.	Terme 2.1 Terme mit mehreren Variablen aufstellen 2.2 Terme zusammenfassen 2.3 Terme vereinfachen 2.4 Rechnen mit Termen 2.5 Ausmultiplizieren einer Klammer 2.6 Ausklammern 2.7 Ausmultiplizieren von zwei Klammern 2.8 Die binomischen Formeln Streifzug: Pascal'sches Dreieck Streifzug: Direktes Beweisen	Arithmetik/Algebra Die Schülerinnen und Schüler... - [...] nutzen Rechengesetze und Regeln (3), - deuten Variablen als [...] Platzhalter in Termen und Rechengesetzen sowie als Unbekannte in Gleichungen [...] (4), - stellen Terme [...] zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina auf (5), - formen Terme, auch Bruchterme, zielgerichtet um und korrigieren fehlerhafte Termumformungen (7). (Ope-5) (Ope-8) (Mod-3) (Mod-4) (Mod-5) (Mod-6) (Mod-7) (Mod-9) (Pro-4) (Pro-6) (Pro-9) (Kom-1)	
Lineare Gleichungssysteme			
15 Std.	Lineare Gleichungssysteme 6.1 Lineare Gleichungen mit zwei Variablen 6.2 Lineare Gleichungssysteme 6.3 Lineare Gleichungssysteme rechnerisch lösen 6.4 Additionsverfahren 6.5 Sonderfälle beim rechnerischen Lösen Streifzug: Lineare Gleichungssysteme mit drei Gleichungen und der Gauß-Algorithmus	Arithmetik/Algebra Die Schülerinnen und Schüler... - deuten Variablen als [...] Unbekannte in Gleichungen und Gleichungssystemen (4), - stellen Gleichungen [...] zur Formulierung von Bedingungen in Sachsituationen auf (6), - ermitteln Lösungsmengen linearer Gleichungen und linearer Gleichungssysteme [...] unter Verwendung geeigneter Verfahren und deuten sie im Sachkontext (9), - wählen algebraische Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme zielgerichtet aus und vergleichen die Effizienz unterschiedlicher Lösungswege (10). (Ope-8) (Mod-3) (Mod-4) (Mod-5) (Mod-7) (Mod-9) (Pro-4) (Pro-6) (Pro-8) (Pro-10)	Medienkompetenz Einsatz der DGS GeoGebra zur Veranschaulichung von linearen Funktionen und Schnittpunkten
Ähnlichkeit			
11 Std.	1.1 Ähnliche Figuren 1.2 Zentrische Streckungen 1.3 Strahlensätze 1.4 Umkehrung der Strahlensätze 1.5 Probleme lösen mit Strahlensätzen 1.6 Ähnlichkeitssätze für Dreiecke Streifzug: Ähnlichkeitsbeweise	Geometrie Die Schülerinnen und Schüler... - erzeugen ähnliche Figuren durch zentrische Streckungen und ermitteln aus gegebenen Abbildungen Streckzentrum und Streckfaktor (2), - berechnen Größen mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen [...] (9). (Ope-8) (Ope-9) (Pro-6) (Pro-10)	Mögliches Übertragsthema. Übergabenotiz bei Fachlehrer*innenwechsel beachten.

Klasse 9 (Bildungsgang G9)

Planungsgrundlage: 160 Ustd. (4 Stunden pro Woche, 40 Wochen), davon 75% entsprechen 120 UStd. pro Schuljahr.

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Ähnlichkeit			
16 Std.	1.7 Ähnliche Figuren 1.8 Zentrische Streckungen 1.9 Strahlensätze 1.10 Umkehrung der Strahlensätze 1.11 Probleme lösen mit Strahlensätzen 1.12 Ähnlichkeitssätze für Dreiecke	Geometrie Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - erzeugen ähnliche Figuren durch zentrische Streckungen und ermitteln aus gegebenen Abbildungen Streckzentrum und Streckfaktor (2), - berechnen Größen mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen [...] (9). (Ope-8) (Ope-9) (Pro-6) (Pro-10)	Mögliches Übertragsthema. Übergabenotiz bei Fachlehrer*innenwechsel beachten. DinA-Formate als Anwendungsbeispiel und als Überleitung zum Thema Wurzeln.
Quadratwurzeln – Reelle Zahlen			
16 Std.	Quadratwurzeln – Reelle Zahlen 2.9 Quadrieren und Wurzelziehen 2.10 Quadratische Gleichungen der Form $x^2 = a$ 2.11 Rationale und irrationale Zahlen Streifenzug: Widerspruchsbeweise 2.12 Intervallschachtelung und/oder Heron-Verfahren 2.13 Rechnen mit Quadratwurzeln	Arithmetik/Algebra Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - unterscheiden rationale und irrationale Zahlen und geben Beispiele für irrationale Zahlen an (2), - nutzen und beschreiben ein algorithmisches Verfahren, um Quadratwurzeln näherungsweise zu bestimmen (6), - berechnen Quadratwurzeln mithilfe der Wurzelgesetze auch ohne digitale Werkzeuge (7). (Arg-2) (Kom-3) (Kom-4) (Ope-1) (Ope-5) (Ope-8) (Pro-5)	Medienkompetenz Einsatz einer Tabellenkalkulation (Wenn-Dann-Befehl)
Quadratische Funktionen			
20 Std.	Quadratische Funktionen und Gleichungen 4.4 Normalparabel 4.5 Streckung der Normalparabel 4.6 Verschieben der Normalparabel in y-Richtung 4.7 Verschieben der Normalparabel in x-Richtung 4.8 Scheitelpunktform 4.8 Quadratische Funktionen anwenden	Funktionen Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - stellen [quadratische] Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar (1), - verwenden aus Graph, Wertetabelle und Term ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Bearbeiten mathematischer Fragestellungen (2), - bestimmen anhand des Graphen einer [quadratischen] Funktion die Parameter eines Funktionsterms dieser Funktion (4), - erklären den Einfluss der Parameter eines Funktionsterms auf den Graphen der Funktion (5), - erkunden und systematisieren mithilfe dynamischer Geometriesoftware den Einfluss der Parameter von Funktionen (6), - deuten Parameter und Eigenschaften einer Funktion in Anwendungssituationen (Arg-3) (Arg-5) (Arg-6) (Arg-7) (Kom-4) (Kom-6) (Kom-9) (Kom-10) Mod-1) (Mod-4) (Mod-5) (Mod-6) (Mod-7) (Mod-8) (Mod-9) (Pro-1) (Pro-2) (Ope-7) (Ope-13)	Bewusste Trennung des Themenkomplexes: Funktionaler Schwerpunkt

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Kreisberechnungen			
16 Std.	Kreisberechnungen 5.8 Umfang eines Kreises 5.9 Flächeninhalt eines Kreises 5.10 Kreissektor, Kreisbogen Streifzug: Wege zu Pi	Geometrie Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - berechnen Längen und Flächeninhalte an Kreisen und Kreissektoren (3), - erläutern eine Idee zur Herleitung der Formeln für den Flächeninhalt und Umfang eines Kreises durch Näherungsverfahren (4), ermitteln Maßangaben in Sachsituationen, nutzen diese für geometrische Berechnungen [...] (10). (Arg-8) (Kom-4) (Mod-7) (Mod-8) (Ope-8) (Ope-10)	Medienkompetenz: 1.2 Einsatz einer dynamischen Geometrie-Software und Tabellenkalkulation 2.2 Informationen zu Sachsituationen recherchieren und damit Berechnungen durchführen
Quadratische Gleichungen			
16 Std.	4.9 Allgemeine Form und Normalform 4.10 Faktorierte Form 4.11 Quadratische Gleichungen lösen 4.12 Lösungsformeln für quadratische Gleichungen 4.13 Schnittpunkte von Graphen Streifzug: Optimierungsprobleme	Funktionen Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - berechnen Nullstellen quadratischer Funktionen durch geeignete Verfahren (9), - wenden [...] quadratische [...] Funktionen zur Lösung inner- und außermathematischer Problemstellungen an (12). - formen Funktionsterme quadratischer Funktionen um und nutzen verschiedene Formen der Termdarstellung situationsabhängig (8), Arithmetik/Algebra Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - wählen Verfahren zum Lösen quadratischer Gleichungen begründet aus, vergleichen deren Effizienz und bestimmen die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung auch ohne Hilfsmittel (8), - wenden ihre Kenntnisse über quadratische Gleichungen [...] zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme an und deuten Ergebnisse in Kontexten (11). (Ope-5), (Pro-6), (Kom-7), (Pro-8), (Pro-5)	Bewusste Trennung des Themenkomplexes: Algebraischer Schwerpunkt

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Satzgruppe des Pythagoras			
16 Std.	Satzgruppe des Pythagoras 3.4 Satz des Pythagoras Streifzug: Beweise rund um den Satz des Pythagoras 3.5 Probleme lösen mit Pythagoras 3.6 Umkehrung des Satzes des Pythagoras Streifzug: Höhensatz und Kathetensatz	Geometrie Die Schülerinnen und Schüler... - beweisen den Satz des Pythagoras (1), - berechnen Größen mithilfe von [...] geometrischen Sätzen (9), ermitteln Maßangaben in Sachsituationen, nutzen diese für geometrische Berechnungen und bewerten die Ergebnisse sowie die Vorgehensweise (10). (Ope-9) (Arg-7) (Arg-9) (Arg-10) (Pro-6) (Pro-10)	Medienkompetenz: 1.2 Einsatz einer dynamischen Geometrie-Software
Körperberechnungen			
16 Std.	Körperberechnungen 6.6 Prisma – Netz und Oberflächeninhalt Streifzug: Schrägbild eines Prismas 6.7 Volumen eines Prismas 6.8 Prismen mit zusammengesetzten Grundflächen 6.9 Zylinder – Netz und Oberflächeninhalt 6.10 Volumen eines Zylinders	Geometrie Die Schülerinnen und Schüler... - schätzen und berechnen Oberflächeninhalt von Volumen und Körpern, Teilkörpern sowie zusammengesetzten Körpern (5), - begründen Gleichheit von Volumina mit dem Prinzip von Cavalieri (6), ermitteln Maßangaben in Sachsituationen, nutzen diese für geometrische Berechnungen und bewerten die Ergebnisse sowie die Vorgehensweise (10). (Arg-5), (Arg-7) (Mod-7) (Mod-8) (Ope-10) (Pro-5) (Pro-7)	Medienkompetenz: 1.2 Einsatz einer dynamischen Geometrie-Software 2.2 Informationen zu Sachsituationen recherchieren und damit Berechnungen durchführen
Potenzen			
10 Std.	Potenzen 7.1 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten 7.2 Zehnerpotenzen – wissenschaftliche Schreibweise 7.3 Potenzgesetze 7.4 n-te Wurzeln und Potenzen mit rationalen Exponenten 7.5 Rechnen mit Potenzen und Wurzeln	Arithmetik/Algebra Die Schülerinnen und Schüler... - stellen Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise dar (1), - vereinfachen Terme, bei denen die Potenzgesetze unmittelbar anzuwenden sind (3), - wechseln zwischen Bruchdarstellung und Potenzschreibweise (5), wenden das Radizieren als Umkehrung des Potenzierens an (9). (Ope-1) (Ope-4) (Ope-5) (Ope-6) (Ope-10)	Mögliches Übertragsthema in Jahrgangsstufe 10

Klasse 10

Planungsgrundlage: 120 Ustd. (3 Stunden pro Woche, 40 Wochen), davon 75% entsprechen 90 UStd. pro Schuljahr.

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Potenzen			
4 Std.	Potenzen 7.6 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten 7.7 Zehnerpotenzen – wissenschaftliche Schreibweise 7.8 Potenzgesetze 7.9 n-te Wurzeln und Potenzen mit rationalen Exponenten 1.5 Rechnen mit Potenzen und Wurzeln	Arithmetik/Algebra Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - stellen Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise dar (1), - vereinfachen Terme, bei denen die Potenzgesetze unmittelbar anzuwenden sind (3), - wechseln zwischen Bruchdarstellung und Potenzschreibweise (5), wenden das Radizieren als Umkehrung des Potenzierens an (9). (Ope-1) (Ope-4) (Ope-5) (Ope-6) (Ope-10)	Wdhlg. oder Integration in das Thema Exponentialfunktionen 1.Klassenarbeit
Exponentialfunktionen			
20 Std.	Exponentialfunktionen 4.14 Exponentielles Wachstum 4.15 Exponentialfunktion 4.16 Exponentialgleichungen und Logarithmus 4.17 Wachstumsmodelle 2.14 Streifzug: Die Corona-Pandemie	Funktionen Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - stellen [exponentielle] Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar (1), - verwenden aus Graph, Wertetabelle und Term ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Bearbeiten mathematischer Fragestellungen (2), - charakterisieren Funktionsklassen und grenzen diese anhand ihrer Eigenschaften ab (3), - bestimmen anhand des Graphen einer [exponentiellen] Funktion die Parameter eines Funktionsterms dieser Funktion (4), - erklären den Einfluss der Parameter eines Funktionsterms auf den Graphen der Funktion (5), - erkunden und systematisieren mithilfe dynamischer Geometriesoftware den Einfluss der Parameter von Funktionen (6), - deuten Parameter und Eigenschaften einer Funktion in Anwendungssituationen (7), - wählen begründet mathematische Modelle zur Beschreibung von Wachstumsprozessen aus, treffen Vorhersagen zur langfristigen Entwicklung und überprüfen die Eignung des Modells (10), - identifizieren Zusammenhänge in Messreihen mit digitalen Hilfsmitteln (11), - wenden [...] exponentielle Funktionen zur Lösung inner- und außermathematischer Problemstellungen an (12). (Arg-1) (Arg-3) (Arg-4) (Arg-5) (Arg-6)(Arg-7) (Kom-4) (Kom-6) (Kom-7) (Kom-9) (Kom-10) (Kom-11) (Mod-1) (Mod-4) (Mod-5) (Mod-6) (Mod-7) (Mod-8) (Mod-9) (Ope-10) (Ope-11) (Ope-13) (Pro-1) (Pro-2) (Pro-3) (Pro-4) (Pro-5) (Pro-6)	Medienkompetenz: Einsatz eines Funktionenplotters und einer Tabellenkalkulation 1.Klassenarbeit

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Trigonometrie			
20 Std.	Trigonometrie 3.7 Sinus und Kosinus 3.8 Tangens Streifzug: Der Tangens als Steigungsmaß 3.9 Sinus, Kosinus und Tangens anwenden 3.10 Sinussatz 3.5 Kosinussatz	Geometrie Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - begründen die Definition von Sinus, Kosinus und Tangens durch invariante Seitenverhältnisse ähnlicher rechtwinkliger Dreiecke (7), - erläutern den Kosinussatz als Verallgemeinerung des Satzes des Pythagoras (8), - berechnen Größe mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen, geometrischen Sätzen und trigonometrischen Beziehungen (9), - ermitteln Maßangaben in Sachsituationen, nutzen diese für geometrische Berechnungen und bewerten die Ergebnisse sowie die Vorgehensweise (10). (Arg-4) (Arg-8) (Arg-9) (Kom-4) (Mod-7) (Mod-8) (Pro-5) (Pro-6) (Pro-10) (Ope-10)	Medienkompetenz Einsatz einer dynamischen Geometrie-Software 2.Klassenarbeit
Trigonometrische Funktionen			
9 Std.	Trigonometrische Funktionen 6.11 Sinusfunktion und Kosinusfunktion 6.12 Winkel im Bogenmaß 6.13 Sinusfunktion mit Parametern 6.14 Periodische Vorgänge modellieren	Funktionen Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - stellen [trigonometrische] Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und als Terme dar (1), - verwenden aus Graph, Wertetabelle und Term ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Bearbeiten mathematischer Fragestellungen (2), - charakterisieren Funktionsklassen und grenzen diese anhand ihrer Eigenschaften ab (3), - bestimmen anhand des Graphen einer [Sinus-]Funktion die Parameter eines Funktionsterms dieser Funktion (4), - erklären den Einfluss der Parameter eines Funktionsterms auf den Graphen der Funktion (5), - erkunden und systematisieren mithilfe dynamischer Geometriesoftware den Einfluss der Parameter von Funktionen (6), - deuten Parameter und Eigenschaften einer Funktion in Anwendungssituationen (7), - identifizieren Zusammenhänge in Messreihen mit digitalen Hilfsmitteln (11), - erläutern die Sinus- und Kosinusfunktion als Verallgemeinerung der trigonometrischen Definitionen des Sinus und des Kosinus am Einheitskreis (13), - beschreiben zeitlich periodische Vorgänge mithilfe von Sinusfunktionen (14). (Arg-1) (Arg-3) (Arg-4) (Arg-5) (Arg-6)(Arg-7) (Kom-4) (Kom-6) (Kom-7) (Kom-11) (Mod-1) (Mod-3) (Mod-4) (Mod-5) (Mod-6) (Mod-9) (Ope-11) (Ope-13) (Pro-1) (Pro-2) (Pro-3) (Pro-4) (Pro-5) (Pro-6)	Medienkompetenz: 1.2 Einsatz einer dynamischen Geometrie-Software 2.2 Informationen zu Sachsituationen recherchieren und damit Berechnungen durchführen 2.Klassenarbeit

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Körperberechnungen			
9 Std.	Körperberechnungen 2.15 Netz und Oberflächeninhalt einer Pyramide Streifzug: Der Satz von Cavalieri 2.16 Volumen einer Pyramide 2.17 Netz und Oberflächeninhalt eines Kegels 2.18 Volumen eines Kegels 2.19 Volumen einer Kugel 2.20 Oberflächeninhalt einer Kugel Zusammengesetzte Körper	Geometrie Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - schätzen und berechnen Oberflächeninhalt und Volumen von Körpern, Teilkörpern sowie zusammengesetzten Körpern (5), - begründen Gleichheit von Volumina mit dem Prinzip von Cavalieri (6), - berechnen Größen mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen, geometrischen Sätzen [...] (9), - ermitteln Maßangaben in Sachsituationen, nutzen diese für geometrische Berechnungen und bewerten die Ergebnisse sowie die Vorgehensweise (10). (Arg-5) (Arg-6) (Arg-7) (Mod-7) (Mod-8) (Ope-9) (Ope-10) (Pro-5) (Pro-6) (Pro-7) (Pro-10)	Medienkompetenz Informationen zu Sachsituationen recherchieren und damit Berechnungen durchführen 3.Klassenarbeit <i>(Zu organisatorischen Bedingungen der ZP10)</i>
Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit			
16 Std.	Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit 5.11 Wiederholung: Grundlagen der Stochastik 5.12 Vierfeldertafeln 5.13 Bedingte Wahrscheinlichkeit Streifzug: Datenerhebungen und -manipulationen 5.4 Stochastische Unabhängigkeit Streifzug: Das Simpson-Paradoxon	Stochastik Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - planen statistische Datenerhebungen und nutzen zur Erfassung und Auswertung digitale Werkzeuge (1), - analysieren grafische Darstellungen statistischer Erhebungen kritisch und erkennen Manipulationen (2), - verwenden zweistufige Zufallsversuche zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen (3), - berechnen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und deuten diese im Sachzusammenhang (5), - interpretieren und beurteilen Daten und statistische Aussagen in authentischen Texten (6). (Arg-9) (Ope-5), (Pro-6), (Kom-7), (Pro-8), (Pro-5)	Medienkompetenz: Darstellung von Daten in den Medien kritisch bewerten An dieser Stelle werden verstärkt Themenübergreifende Aufgaben behandelt. Diese können einem Aufgabenpool der Fachschaft auf iServ entnommen werden. 3.Klassenarbeit <i>(Zu organisatorischen Bedingungen der ZP10)</i>

Nach der ZP10:

Zeitlicher Rahmen	Kapitelüberschriften Schulbuch	inhaltliche Schwerpunkte und Bezug zu den Kompetenzen	schulinterne Absprachen
Funktionale Zusammenhänge			
12 Std.	Funktionale Zusammenhänge a) Lineare Funktionen b) Quadratische Fkt. c) Exponentialfunktion	Funktionen Die Schülerinnen und Schüler... <ul style="list-style-type: none"> - verwenden aus Graph, Wertetabelle und Term ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Bearbeiten mathematischer Fragestellungen (2), 	<i>Material kann dem iServ-Ordner entnommen werden. (Noch zu erstellen!)</i> <i>Ggf. Wird dieser Themenblock noch durch ein Fachübergreifendes Projekt ersetzt.</i>

		<ul style="list-style-type: none">- charakterisieren Funktionsklassen und grenzen diese anhand ihrer Eigenschaften ab (3),- erklären den Einfluss der Parameter eines Funktionsterms auf den Graphen der Funktion (5),	
--	--	---	--

1.1. Sekundarstufe II (Bildungsgang G8)

1.1.1. Unterrichtsvorhaben in der Einführungsphase

1.1.1.1. Übersichtsraster

Einführungsphase	
<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p>Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Mehrstufige Zufallsexperimente <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p>Thema: <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Bedingte Wahrscheinlichkeiten <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Modellieren• Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Grundlegende Eigenschaften von Exponential- und Sinusfunktionen sowie ganzrationalen Funktionen <p>Zeitbedarf: 15 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p>Thema: <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none">• Argumentieren• Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none">• Grundverständnis des Ableitungsbegriffs <p>Zeitbedarf: 13 Std.</p>

Einführungsphase Fortsetzung	
<p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p>Thema: <i>Funktionsuntersuchung (E-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen <p>Zeitbedarf: 19 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p>Thema: <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Koordinatisierungen des Raumes <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u></p> <p>Thema: <i>Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vektoren und Vektoroperationen <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>	
Summe Einführungsphase: 82 Stunden	

1.1.1.1. konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase Stochastik (S)

Thema: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Alltagssituationen als diskrete Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert) 	<p>Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator).</p> <p>Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.</p> <p>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung, Erwartungswert und Varianz werden in einem der Kontexte Glücksspiel, Aktienkurse oder Geburts- und Sterbeprozesse erarbeitet und sollen durch zunehmende Komplexität vertieft werden.</p> <p>Um die Zufallsexperimente sinnvoll zu beschreiben werden auch Zufallsgrößen eingeführt.</p> <p>Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.</p>

Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder-Mehrfeldertafeln
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten
- prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit
- bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten [...] (*Rezipieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.

Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.

Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

Im Zusammenhang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten soll auch explizit die stochastische Unabhängigkeit von Zufallsgrößen betrachtet werden.

Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen (Symmetrie, Globalverhalten, Schnittpunkte mit den Achsen) • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen (Tabellenkalkulation, Funktionenplotter) und grafikfähige Taschenrechner • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen 	<p>Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und geübt. (Wochenpläne oder übergreifende Aufgabensammlungen dienen als differenzierende, individuelle Zusatzangebote.)</p> <p>Die elementaren Bedienkompetenzen werden in einem separaten Workshop vermittelt um den Unterricht von technischen Problemen zu entlasten. Eine mathematisch sinnstiftende Einbindung in die Unterrichtsinhalte findet fortlaufend statt.</p> <p>Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können Ansparmodelle, Bakterienwachstum oder Abkühlung untersucht werden. Als Kontexte für die Beschäftigung mit der Sinusfunktion können Schwingungen, Sonnenstand oder Kreisbewegungen verwendet werden.</p>

Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- leiten Funktionen graphisch ab

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Argumentieren (Vermuten)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle
 - ... grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Für den Einstieg werden Beispiele zur durchschnittlichen Änderungsrate in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil).

Der Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird als Erweiterung des oben gewählten Kontextes ausgeführt.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, zu betrachten.

Es empfiehlt sich, neben dem GTR hier auch dynamische Geometriesoftware zur Darstellung des geometrischen Grenzwertbegriffs zu verwenden.

Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> entwickeln qualitativ einen Graph einer Funktion, bei gegebener Ableitungsfunktion leiten Funktionen graphisch ab leiten ganzrationale Funktionen mit Hilfe der Summen- und Faktorregel ab nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten und Wendepunkten unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (<i>Lösen</i>) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (<i>Begründen</i>) erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (<i>Beurteilen</i>) 	<p>Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.</p> <p>Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren.</p> <p>Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.</p> <p>Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.</p> <p>Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.</p> <p>Um eine sachliche Vollständigkeit des Themengebiets zu gewährleisten, sollen an dieser Stelle auch Wendepunkte behandelt werden.</p>

Thema: <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) <p>Kommunizieren (Produzieren) <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen 	<p>Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, etc.).</p> <p>An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.</p> <p>Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.</p>

Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren• stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar• berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras• addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität• weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>)• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)	<p><i>Kräfte und ihre Addition können in Anlehnung an einen physikalischen Kontext als Beispiel für vektorielle Größen genutzt werden.</i></p> <p>Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.</p>

1.1.2. Unterrichtsvorhaben in der Qualifikationsphase

1.1.2.1. Grundkurs

1.1.2.1.1. Übersichtsraster

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p>Thema: Funktionen und ihre Ableitungen – Interpretation von Funktionseigenschaften im Sachzusammenhang (Q-GK-A1)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 15 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p>Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen</i> (Q-GK-A2)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p>Thema: <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen</i> (Q-GK-A3)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Änderungsrate zum Bestand</i> (Q-GK-A4)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (Fortsetzung)	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Lineare Gleichungssysteme (Q-GK-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Werkzeuge nutzen • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen mithilfe von Geraden und Ebenen (Q-GK-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>(z.T. fakultativ) Normalenform von Ebenen bei der Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>
Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 81 Stunden	

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p>Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt <p>Zeitbedarf: 9 Std</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p>Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p>Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p>Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS Fortsetzung

Unterrichtsvorhaben Q2-V:

Thema: *Von Übergängen und Prozessen*
(Q-GK-S4)

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Stochastische Prozesse

Zeitbedarf: 9 Std

Unterrichtsvorhaben Q1-VI:

Thema:
Optimierungsprobleme und Vertiefung der Funktionsuntersuchung mit Variation von Parametern(Q-GK-A6)

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Problemlösen

Inhaltsfeld:

Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Funktionen als mathematische Modelle

Zeitbedarf: 12 Std.

Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 54 Stunden

1.1.2.1.2. konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Analysis I

Thema: Funktionen und ihre Ableitungen – Interpretation von Funktionseigenschaften im Sachzusammenhang (Q-GK-A1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (<i>Begründen</i>) • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (<i>Beurteilen</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen 	<p>Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.</p> <p>Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.</p>

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
 - natürliche Exponentialfunktion

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*).

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
 - ... grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen in verschiedenen Kontexten stehen (Wachstum und Zerfall).

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR kann bei der Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter helfen und die Veränderungen durch Transformationen sichtbar machen.

Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate.

Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle.

Mit dem GTR kann die Ableitungsfunktion als Ortskurve der Steigung der Tangente am Punkt x gewonnen werden.

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:<ul style="list-style-type: none">- Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten• bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)• wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an• wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an• bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>)• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)	<p>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch hilfsmittelfrei Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion kann eine Kettenlinie modelliert werden. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.</p> <p>In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</p> <p>Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.</p>

-
- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) | |
|--|--|

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

Prozessbezogene Kompetenzen:

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).

Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestandes entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.

Thema: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A4) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag).

In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.

Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen können die Schnittstellen numerisch mit dem GTR bestimmt werden.

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

-
- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">• nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen• Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum<ul style="list-style-type: none">... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals | |
|---|--|

Lineare Algebra

Thema: *Lineare Gleichungssysteme (Q-GK-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Variablen an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Thema: *Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen mithilfe von Geraden und Ebenen (Q-GK-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel zwischen Geraden, Längenberechnung) stellen Ebenen in Parameterform dar untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>) führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz und analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und DGS verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden ... Darstellen von Objekten im Raum 	<p>Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z.B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“).</p> <p>In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.</p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben sollen die SuS Problemlösekompetenzen erwerben, indem sie sich heuristische Strategien bewusst machen (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).</p> <p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz).</p> <p>Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.</p>

Thema: (z.T. fakultativ) Normalenform von Ebenen bei der Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- (fakultativ) stellen Ebenen in Normalenform und Koordinatenform dar
- (fakultativ) führen Lageuntersuchungen mit Hilfe der Koordinaten- bzw. Normalendarstellung von Ebene aus
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- (fakultativ) untersuchen Lagebeziehungen zwischen Punkt und Ebene und berechnen den Abstand zwischen Punkt und Ebene

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*)

-
- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>)• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>) | |
|---|--|

Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Dreiecke und Vierecke im Raum (besondere Dreiecke und Vierecke, Flächeninhalt, Schwerpunkt) • untersuchen Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder im Raum (Volumen, Oberfläche) • Geraden und Ebenen im Sachkontext (Schattenwurf, Flugbahnen ...) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) 	<p>Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden. Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden.</p> <p>Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z.B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes,) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.</p> <p>Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z.B. Gebäude) bezogen werden. Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen wieder aufgenommen werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.</p>

Stochastik

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen [...] <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähiger Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) 	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>In realitätsnahen Kontexten werden mithilfe des GTRs verschiedene Erkundungen durchgeführt und dabei bspw. die $k \times k$ Regeln entdeckt.</p>

Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
- schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (*Begründen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:

- die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment
- die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette
- die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße
- die Unabhängigkeit der Ergebnisse
- die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p

Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten.

Thema: Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Analysis II

Thema: Optimierungsprobleme und Vertiefung der Funktionsuntersuchung mit Variation von Parametern(Q-GK-A6)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (*Strukturieren*)
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.

An mehreren Problemen entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.

Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert.

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

1.1.2.2. Leistungskurs

1.1.2.2.1. Übersichtsraster

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p>Thema: Funktionen und ihre Ableitungen – Interpretation von Funktionseigenschaften im Sachzusammenhang (Q-LK-A1)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p>Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III</u></p> <p>Thema: <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV</u></p> <p>Thema: <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Lineare Gleichungssysteme (Q-LK-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen mithilfe von Geraden und Ebenen (Q-LK-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt <p>Zeitbedarf: 15Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Normalenform von Ebenen bei der Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-LK-G3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) <p>Zeitbedarf: 15 Std.</p>
Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 130 Stunden	

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p>Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-LK-G4)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden) <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p>Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 5 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p>Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p>Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 5 Std</p>

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p>Thema: <i>Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Normalverteilung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Testen von Hypothesen <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Stochastische Prozesse <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Optimierungsprobleme und Vertiefung der Funktionsuntersuchung mit Variation von Parametern(Q-LK-A6)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>
Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 90 Stunden	

1.1.2.2.2. konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Funktionen und ihre Ableitungen – Interpretation von Funktionseigenschaften im Sachzusammenhang (Q-LK-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen
 - Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten
- führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück
- wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

-
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (*Begründen*)
 - erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
 - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> ○ natürliche Exponentialfunktion ○ Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis ○ natürliche Logarithmusfunktion • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow 1/x$. <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)(<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • ... grafischen Messen von Steigungen 	<p><i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).</i></p> <p>Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert. Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.</p> <p>Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht. <i>Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.</i></p> <p>Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.</p> <p>Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon</p>

<ul style="list-style-type: none">• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	<p>bekanntes Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.</p> <p>Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.</p>
--	--

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum• bestimmen Integrale [...] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>)• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)	<p>Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.</p> <p>Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</p> <p>Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.</p> <p>Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).</p>

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• interpretieren Produktsommen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe• deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext• skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>)• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>)• wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>)• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>)• dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (<i>Produzieren</i>)• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>)	<p><i>Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.</i></p> <p>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.</p> <p>Der Einstieg sollte über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersommen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsommen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.</p> <p>Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.</p> <p><i>Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.</i></p> <p>Das Stationenlernen wird in einem Portfolio dokumentiert. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit werden auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.</p>

Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A5)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs • bestimmen Stammfunktionen ganzzahliger Funktionen • bestimmen Integrale numerisch [...] • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>) • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>) • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>) • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (<i>Begründen</i>) 	<p>Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung). Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) - J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.</p> <p><i>Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.</i></p> <p>In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung.</p> <p>Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden.</p>

- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [*Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter*] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...
 - ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
 - ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)

Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.

Thema: *Lineare Gleichungssysteme (Q-LK-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Variablen an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektierenerfassen* und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*))

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen. .

Thema: *Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen mithilfe von Geraden und Ebenen (Q-LK-G2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel zwischen Geraden, Längenberechnung) • stellen Ebenen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Punkt und Ebene und berechnen den Abstand zwischen Punkt und Ebene • untersuchen die Lagebeziehungen zwischen zwei Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz und analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern(<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und DGS • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden 	

Thema: Normalenform von Ebenen bei der Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-LK-G3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Ebenen in Normalenform und Koordinatenform dar
- kennt die Bedeutung des Vektorprodukts und wendet es zur Berechnung von Normalenvektoren und zur Flächenberechnung an.
- benutzt das Spatprodukt zur Volumenberechnung
- führen Lageuntersuchungen mit Hilfe der Koordinaten- bzw. Normalendarstellung von Ebene aus
- berechnen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen auch mit Hilfe der Hesseform
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)

Thema: *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-LK-G4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Dreiecke und Vierecke im Raum (besondere Dreiecke und Vierecke, Flächeninhalt, Schwerpunkt)
- untersuchen Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder im Raum (Volumen, Oberfläche)
- verwendet Geraden und Ebenen im Sachkontext (Schattenwurf, Flugbahnen ...)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

- Erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.

Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen 	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).</p> <p><i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p>

Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen
- nutzen die σ -Regeln für prognostische Aussagen
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (*Reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden:

In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$.

Das Konzept der σ -Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ -Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

-
- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum<ul style="list-style-type: none">... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen | |
|---|--|

Thema: Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion
- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
- beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.

Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.

Ergänzung für leistungsfähige Kurse: Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.

Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.

Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Generieren von Zufallszahlen
 - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
 - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
 - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen
- nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge

Thema: *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (<i>Diskutieren</i>) 	<p>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm‘ visualisiert.</p> <p>Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? <p>Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.</p>

Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

Thema: *Optimierungsprobleme und Vertiefung der Funktionsuntersuchung mit Variation von Parametern(Q-LK-A6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) 	<p>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</p> <p>Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.</p> <p>An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).</p> <p>Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.</p> <p>Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).</p> <p>Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.</p> <p><i>Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die</i></p>

- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...) (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.

1.2. Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

1.2.1. Überfachliche Grundsätze

Die überfachlichen Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit werden im Schulprogramm geregelt. Besonderes Augenmerk soll auf folgende Werte gelegt werden:

- 1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
- 2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
- 3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
- 4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- 5) Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
- 6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
- 7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- 8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
- 9) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- 10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
- 11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
- 12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
- 13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
- 14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
- 15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

1.2.2. Fachliche Grundsätze

- 1) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
- 2) Der Unterricht ermutigt die Lernenden in entsprechenden Unterrichtsphasen dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
- 3) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
- 4) Die Einstiege in neue Themen erfolgen meist mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
- 5) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
- 6) Grundlegende Fertigkeiten werden durch fortlaufende Nutzung „wachgehalten“.

-
- 7) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben (z. B. „Blütenaufgaben“) eingesetzt.
 - 8) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
 - 9) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

1.3. Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOST sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Mindestens zwei Klausuren je Schuljahr in der E-Phase sowie in Grund- und Leistungskursen der Q-Phase enthalten einen „hilfsmittelfreien“ Teil.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden zunehmend die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern zu besprechen.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes ...) selbstständig vorzutragen.
- Ab dem zweiten Halbjahr der EF-Phase darf ausschließlich der GTR verwendet werden.
- Oberstufenklausuren sollen mathematische Sachverhalte zusammenhängend darstellen. Dafür sind auch Erläuterungen und Bewertungen notwendig. Darauf ist mit zunehmender Strenge zu achten und als Darstellungsleistung (bis max. 10% der Punkte) zu werten.

Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- Sekundarstufe I: In der Jahrgängen 5,6 und 7 sechs Klassenarbeiten je Schuljahr. In der Klasse 7 kann eine Klassenarbeit durch eine Projektarbeit ersetzt werden. Dauer der Klassenarbeiten: Eine Schulstunde. In den Jahrgangsstufen 8 und 9 fünf Klassenarbeiten, deren Länge von 45 min (Anfang Klasse 8) auf 90 min (Ende Klasse 9) gesteigert werden soll.

- **Dauer der Klausuren in der Oberstufe**

Die Dauer der Klausuren wird verbindlich festgelegt.

	Grundkurs	Leistungskurs
EF	90min	-/-
Q1 1.Halbjahr	135min	135min
Q1 2. Halbjahr	135min	180min
Q2 1.Halbjahr	135min	225min
Vorklausur laut Vorgaben	225min	270min

(Vgl. APO-GOST B § 14 (3) und VV 14.3.)

Wegen der Pausen, die nicht zusätzlich genutzt werden können, enden also die Klausuren früher als die angesetzten Schulstunden. Die Dauer des Hilfsmittelfreien Teils wird nicht verbindlich festgelegt. Es muss aber mindestens eine Klausur pro Halbjahr einen Hilfsmittelfreien Teil enthalten. Ein Nachteilsausgleich kann zusätzlich gegeben werden. Die Betroffenen können die zusätzliche Zeit nach Bedarf für beide Klausurteile nutzen.

- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die zweite Klausur Q1 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOST B § 14 (3) und VV 14.3.)

Überprüfung der sonstigen Leistung:

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit können folgende Aspekte einfließen, die den Schülerinnen und Schülern zu Beginn des Kurses bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben...)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Vorträgen (z.B. von Lösungswegen/Hausaufgaben)
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Erstellen von Protokollen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt mit Hilfspunkten. Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs.

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine gute Leistung	ausreichende Leistung
	<i>Die Schülerin, der Schüler</i>	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden

Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

1.4. Lehr- und Lernmittel

In der Unterstufe ist das Lehrwerk Mathe Delta 5 und Mathe Delta 6 (jeweils G9) eingeführt. In der Mittelstufe ist für den Bildungsgang G9 das Lehrwerk „Fundamente der Mathematik“ eingeführt, für den Bildungsgang G8 das Lehrwerk „Fokus Mathematik“. Als wissenschaftlicher Taschenrechner wird der Casio fx-991 deX und als grafikfähiger Taschenrechner der Tilnspire CX II empfohlen. In iPad-Klassen wird alternativ die App „NCalc CX“ eingesetzt. Weiterhin soll als Tabellenkalkulationsprogramm Excel und als DGS Geogebra genutzt werden. Der Umgang mit klassischen Werkzeugen soll im Sinne der prozessbezogenen Kompetenz durchgeführt werden.

2. Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist zunächst bis 2017 für den ersten Durchgang durch die gymnasiale Oberstufe nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres, d.h. erstmalig nach Ende der Einführungsphase im Sommer 2015 und nächstmalig im Sommer 2016 werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Änderung 2015: Die Reihenfolge der Themen Stochastik und Analysis wurden getauscht, um eine bessere Vorbereitung auf die zentrale Klausur zu ermöglichen und eine bessere Anbindung an die Q1 zu sichern.

Änderung 2016: Unstimmigkeiten in der Reihenfolge behoben. Einige Überschriften deutlicher formuliert. Absprachen zur Verwendung der GTR vs. wissenschaftlichem TR ergänzt. LGS als Inhalt von Klasse 7 in Klasse 8 verschoben.

Änderung 2017: Verabschiedung eines gültigen Lehrplans für das Vertiefungsfach (siehe separates Dokument)

Änderung 2017:

Einführung neuer Schulbücher (Focus Mathematik) Passend zum Lehrwerk ergeben sich einige Änderungen:

- Klasse 5, Kapitel Zahlen und Daten, Darstellen : Wegfall von Kreisdiagrammen
 - Klasse 5, Kapitel Addition und Subtraktion tauschen mit Geometrie
 - Klasse 6, Körper eventuell schon in Klasse 5 behandeln (Kopiesatz anlegen und notwendige Reflexion am Ende des ersten Jahres der Nutzung des neuen Lehrwerks)
 - Klasse 7, rationale Zahlen nochmals in Klasse 7/8 behandeln
 - Klasse 9, quadratische Gleichungen in beiden Halbjahren behandeln (Das Thema ist als eine Basiskompetenz für die Oberstufe anzusehen und daher als versetzungsrelevant anzusehen)
- Ergänzend wird gemäß der Anlage gemeinschaftliche Standards zur Heftführung und Bewertung von sonstiger Mitarbeit und Klassenarbeiten beschlossen. Zudem wurde betont, dass in Klasse 8 im ersten Halbjahr drei und im zweiten Halbjahr zwei Arbeiten plus die Lernstandserhebung. In Klasse 9 werden im ersten Halbjahr zwei und im zweiten Halbjahr drei Klassenarbeiten geschrieben, wobei es hinsichtlich der Vorbereitung auf die Oberstufe sinnvoll ist im zweiten Halbjahr die Dauer der Arbeiten bis zu 90 Minuten anzusetzen.

Änderung 2018:

Dauer der Klausuren in der Oberstufe

Die Dauer der Klausuren wird verbindlich festgelegt.

	Grundkurs	Leistungskurs
EF	90min (2 Unterr.std.)	-/-
Q1 1.Halbjahr	135min (3 Unterr.std.)	135min (3 Unterr.std.)
Q1 2. Halbjahr	135min (3 Unterr.std.)	180min (4 Unterr.std.)
Q2 1.Halbjahr	135min (3 Unterr.std.)	225min (5 Unterr.std.)
Vorklausur laut Vorgaben	180min (3 Stunden)	255min (4h 15min)

Wegen der Pausen, die nicht zusätzlich genutzt werden können, enden also die Klausuren früher als die angesetzten Schulstunden. Die Dauer des Hilfsmittelfreien Teils wird nicht verbindlich festgelegt.

Es muss aber mindestens eine Klausur pro Halbjahr einen Hilfsmittelfreien Teil enthalten. Ein Nachteilsausgleich kann zusätzlich gegeben werden. Die Betroffenen können die zusätzliche Zeit nach Bedarf für beide Klausurteile nutzen.

Änderung 2019:

Einführung eines neuen Schulbuchs (Mathe Delta) im Rahmen zum Rückgang zu G9 für die zukünftigen Klassen 5 und 6. Das schulinterne Curriculum Klassen 5 & 6 wird für G9 überarbeitet und an das zukünftige Lehrwerk angepasst. Der neue schulinterne Lehrplan (siehe Anhang) gibt nun eine feste Abfolge der zu behandelnden Themen sowie einen festgesetzten zeitlichen Umfang pro Thema vor.

Anpassung der Länge der Abiturvorklausur (ab Abitur 2020/21) gemäß Abitur-Vorgaben auf 225min (Grundkurs) und 270min (Leistungskurs).

Änderung 2020:

Das schulinterne Curriculum für die Klasse 7 wird für G9 überarbeitet. Es soll zunächst das alte Schulbuch (Fokus 7) weiterbenutzt werden. Ergänzungskapitel werden beschlossen.

Änderung 2021:

Es wird beschlossen, in der Mittelstufe (Jahrgänge 7-10) künftig mit dem Lehrwerk Fundamente der Mathematik G9 zu arbeiten. Das schulinterne Curriculum für die Klasse 7 wird entsprechend angepasst.

In iPad-Klassen wird auf den iPads der Taschenrechner „NCalc FX“ verwendet.

Änderung 2022:

Der schulinterne Lehrplan für die 8. und 9. Jahrgangstufe wird an G9 und die neuen Lehrwerke (Fundamente der Mathematik) angepasst.

Das Freiarbeitsprojekt im Jahrgang 7 wird überarbeitet und soll im Lehrplan verankert werden.

Änderung 2023:

Der schulinterne Lehrplan für die 10. Jahrgangstufe wird an G9 und die neuen Lehrwerke (Fundamente der Mathematik) angepasst.

Geplant: Verschriftlichung verbindlicher Kriterien für die Darstellungsleistung wie sie in der ZP10 bewertet werden sollen.

Dauer der Klausuren in der Oberstufe

Die Dauer der Klausuren wird an die geänderten Abiturvorgaben angepasst.

	Grundkurs	Leistungskurs
EF	90min (2 Unterr.std.)	-/-
Q1 1.Halbjahr	135min (3 Unterr.std.)	135min (3 Unterr.std.)
Q1 2. Halbjahr	135min (3 Unterr.std.)	180min (4 Unterr.std.)
Q2 1.Halbjahr	135min (3 Unterr.std.)	225min (5 Unterr.std.)
Vorklausur laut Vorgaben	255min (90 hilfsmittelfrei + 165 mit Hilfsmitteln) 2023 ohne Schüleraushwahl	300 min (100 hilfsmittelfrei + 200 mit Hilfsmitteln)

	ab 2024 inkl. 30min Auswahlzeit	2023 ohne Schülerauswahl ab 2024 inkl. 30min Auswahlzeit
--	------------------------------------	--